

IDENTIFIKASI KONSENTRASI OZON PERMUKAAN SECARA FUNGSI NUMERIK

THE IDENTIFICATION OF SURFACE OZONE CONCENTRATION WITH NUMERIC FUNCTION

Tatty Kurniaty

Peneliti Bidang Pengkajian Ozon dan Polusi Udara Pusfatsatklm
Lembaga Penerbangan dan Antariksa Nasional (L A P A N)
email: tatty@bdg.lapan.go.id

***Abstrak** : Suatu permasalahan yang sering dijumpai dalam penelitian gas telusur yang sangat reaktif seperti ozon permukaan (O₃), adalah data yang tersedia sangatlah terbatas dan sukar untuk diukur. Sebagai contoh seperti bagaimana menentukan dengan tepat konsentrasi ozon permukaan (O₃) yang sesuai dengan petunjuk kualitas udara dari World Health Organization (WHO). Atas dasar itulah maka dalam paper ini akan dibahas suatu teknik numerik atau metode numerik yang dikehendaki untuk perhitungan dari nilai-nilai diferensiasi suatu tabulasi fungsi yaitu dengan memasukkan kriteria matematis mengenai maksimum/minimum, sehingga diharapkan metode tersebut dapat dikembangkan dan diterapkan untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi.*

***Kata kunci** : gas telusur, metoda numeric, ozon.*

***Abstract** : A problem that often encountered in the gas research investigated of very reactive like surface ozone (O₃), is the data that was available really limited and was difficult to be measured. For example like how determined exactly the concentration of surface ozone (O₃) that was in accordance with the guidance of the quality of air from World Health Organization (WHO). The basic of so then in paper will be discussed by a numeric technique or the numeric method that was desired for the calculation from the values of differentiation of a tabulation of the function is put the mathematical criterion concerning the maximum/minimum, it is hope this method could be developed and applied to complete the problem.*

***Key Words** : gas reseach, numerical method, ozon.*

PENDAHULUAN

Ozon (O₃) permukaan atmosfer merupakan senyawa kimia yang terbentuk secara photokimia di troposfer, mengingat pentingnya Ozon dalam mengontrol kimia atmosfer serta peranannya dalam keseimbangan panas atmosfer yang dapat mempengaruhi perubahan iklim, maka perlu dilakukan berbagai penelitian baik mengenai pembentukan, maupun pengrusakannya. Ozon dengan konsentrasi yang besar akan memberikan efek pada manusia. Beberapa gejala dapat diamati pada manusia yang diberi perlakuan kontak dengan ozon diantaranya adalah sakit kepala, sesak nafas, depresi, kehilangan koordinasi dada terasa sakit.

Walaupun beberapa ilmuwan baik didalam maupun luar negeri telah melakukan penelitian tentang sifat dari Ozon dengan berbagai piranti, akan tetapi informasi tentang level Ozon di daerah tropis khususnya di Negara Asia sebagai Negara yang sedang berkembang masih sedikit. Dalam paper ini akan dibahas suatu teknik numerik atau metode numerik yang dikehendaki untuk perhitungan dari nilai-nilai diferensiasi suatu tabulasi fungsi yaitu dengan memasukkan kriteria matematis mengenai maksimum/minimum, sehingga diharapkan metode tersebut dapat dikembangkan dan diterapkan untuk menyelesaikan permasalahan data yang sangat terbatas dan sukar untuk diukur seperti bagaimana menentukan dengan tepat konsentrasi Ozon permukaan di atas Bandung.

Manfaat serta peranan dari diferensiasi fungsi tersebut sangat besar artinya dalam menentukan nilai maksimum atau minimum fungsi itu sendiri. Atau dapat dikatakan bahwa dengan mengetahui pengertian diferensiasi fungsi maka kita dapat melihat bagaimana kelakuan fungsi tersebut di setiap daerah interval di mana fungsi itu didefinisikan. Namun demikian masalahnya akan menjadi sedikit rumit bila fungsi-fungsi tersebut tidak diketahui bentuk

eksplisitnya dalam variable bebasnya, tetapi hanya sebagai nilai tabulasi. Masalah-masalah seperti inilah yang sering ditemukan dalam pengamatan fenomena fisis seperti masalah konsentrasi Ozon permukaan yang akan dibahas dalam paper ini, data yang dipergunakan adalah konsentrasi Ozon permukaan Bandung selama th 2003. Dari penelitian ini diharapkan dapat diketahui identifikasi konsentrasi Ozon permukaan di atas Bandung.

METODOLOGI

Andaikan diberikan suatu kumpulan pasangan data yang berbentuk (x_0, y_0) , (x_1, y_1) , ..., (x_n, y_n) maka secara numerik dapat dibuat suatu polinom $y = f(x)$ berderajat n yang melalui $(n+1)$ pasangan data di atas. Misalkan pula nilai-nilai x mempunyai jarak yang sama antara yang satu dengan yang lain (equally spaced), ini berarti pernyataan tersebut dapat ditulis dalam ekspresi matematis sebagai $x = x_0 + i.h$; $i = 0, 1, \dots, n$. Dan karena $y = f(x)$ adalah suatu polinom yang berderajat n maka dapat ditulis sebagai berikut

$$y_n(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1) + a_3(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2) + \dots + a_n(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)\dots(x - x_n) \quad (2-1)$$

Selanjutnya bila x diberikan nilai x_0 maka diperoleh $a_0 = y_0$, begitu pula bila x diberikan nilai x_1 akan diperoleh

$$a_1 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{\Delta y_0}{h}$$

Prosedur yang sama ini diteruskan untuk $x = x_2, x = x_3, \dots, x = x_n$ maka akan diperoleh

$$a_2 = \frac{\Delta^2 y_0}{h^2 \cdot 2!}, \quad a_3 = \frac{\Delta^3 y_0}{h^3 3!}, \quad \dots \quad a_m = \frac{\Delta^m y_0}{h^m \cdot m!}$$

Kemudian ambillah $x = x_0 + ph$ dan substitusikan untuk a_0, a_1, \dots, a_n ke dalam persamaan (2-1) sehingga memberikan suatu ekspresi yang berbentuk

$$y_n(x) = y_0 + p\Delta y_0 + \frac{p(p-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \frac{p(p-1)(p-2)}{3!} \Delta^3 y_0 + \dots + \frac{p(p-1)(p-2)\dots(p-n+1)}{n!} \Delta^n y_0 \quad (2-2)$$

Bentuk (2-2) inilah yang lebih dikenal dengan sebutan “Newton’s forward difference formula”, sedangkan untuk memperoleh error yang dilakukan dalam pergantian fungsi $y(x)$ dengan polinom $y_n(x)$, biasanya digunakan formulasi

$$\|y(x) - y_n(x)\| = \frac{(x - x_0)(x - x_1)\dots(x - x_n)}{(n+1)!} y^{(n+1)}(\psi) \quad (2-3)$$

Dimana : $x_0 < \psi < x_n$

Akan tetapi kita tidak mempunyai informasi mengenai turunan ke $(n+1)$ atau $y^{(n+1)}(x)$ dari bentuk fungsi di atas maupun dari data tabulasi fungsinya. Jadi oleh karena itu formulasi (2-3) dalam berbagai masalah praktis tidak akan mempunyai manfaat, sehingga tidak perlu

digunakan, selanjutnya nilai-nilai maksimum/minimum suatu fungsi dapat diperoleh dari bentuk persamaan yang diturunkan berdasarkan kriteria $f(x) = 0$ atau $y_n(x) = 0$. Untuk itu perhatikanlah formulasi (2-2) atau yang disebut “Newton’s forward difference formula” berikut

$$y = y_0 + p\Delta y_0 + \frac{p(p-1)}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{p(p-1)(p-2)}{6} \Delta^3 y_0 + \dots$$

Bila y didefinisikan terhadap p diperoleh

$$\frac{dy}{dp} = \Delta y_0 + \frac{(2p-1)}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{(3p^2-3p+2)}{6} \Delta^3 y_0 + \dots \quad (2-4)$$

Dengan memasukkan criteria maksimum/minimum atau $\frac{dy}{dp} = 0$ maka diperoleh

$$\Delta y_0 + \frac{(2p-1)}{2} \Delta^2 y_0 + \frac{(3p^2-3p+2)}{6} \Delta^3 y_0 + \dots = 0 \quad (2-5)$$

Dan jika diinginkan agar setelah diferensi ketiga, persamaan (2-5) menuju nol maka diperoleh suatu bentuk kuadrat dalam p yaitu

$$c_2 p^2 + c_1 p + c_0 = 0 \quad (2-6)$$

Dimana:

$$\begin{aligned} c_2 &= 1/2 \Delta^3 y_0 \\ c_1 &= \Delta^2 y_0 - 1/2 \Delta^3 y_0 \\ c_0 &= \Delta y_0 - 1/2 \Delta^2 y_0 + 1/3 \Delta^3 y_0 \end{aligned}$$

Begitu juga jika diinginkan agar setelah diferensi kedua, persamaan (2-5) menuju nol maka didapatkan nilai

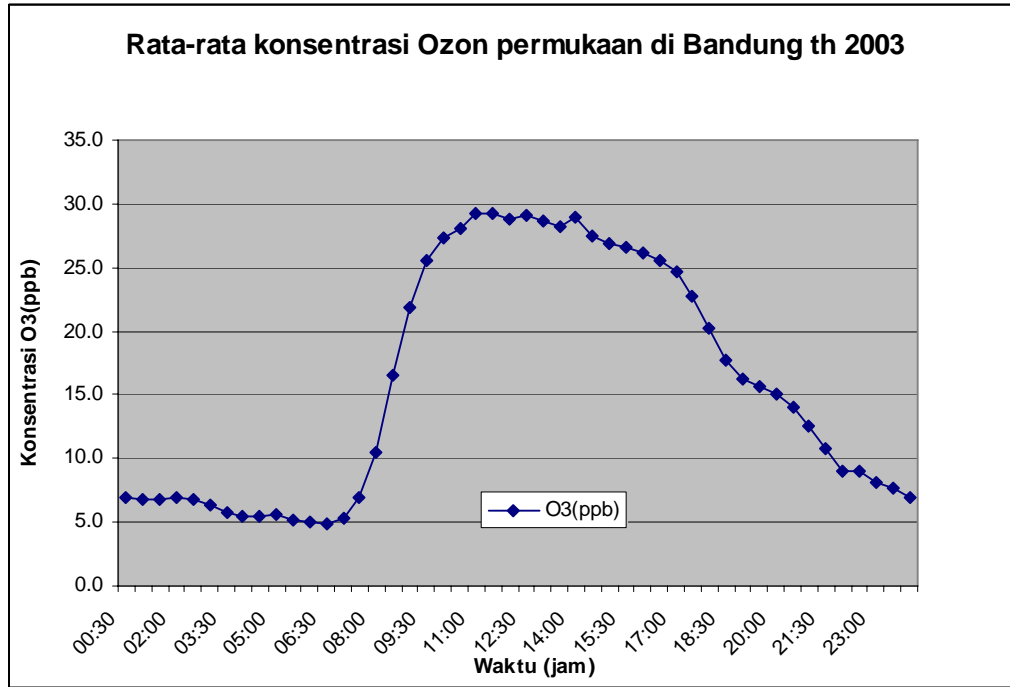
$$p = \frac{\Delta^2 y_0 - 2\Delta y_0}{2\Delta^2 y_0} \quad (2-7)$$

sedangkan untuk mendapatkan nilai-nilai x dapat ditentukan dari relasi $x = x_0 + ph$.

Formulasi (2-6), (2-7) inilah yang akan diterapkan di dalam permasalahan menentukan minimum atau maksimum suatu tabulasi fungsi. Di samping itu pemilihan formulasinya tergantung dari keinginan si pemakai yang akan menggunakannya. Namun perlu diketahui bahwa semakin banyak suku-suku yang terdapat di dalam persamaan diferensi (2-5) dan semakin banyak data yang diperoleh dari tabulasi fungsinya maka semakin baik pula kita memprediksi nilai-nilai maksimum atau minimum dari permasalahan tersebut di atas.

DATA DAN PEMBAHASAN

Data yang digunakan adalah data rata-rata Ozon permukaan di Bandung th 2003. dapat dilihat pada gambar 3-1 dengan lokasi pengamatan yaitu Aria Graha, Dago Pakar, Batu Nunggal, Cisaranten dan Tirtalega, dari data pengukuran dapat dilihat, ternyata konsentrasi Ozon permukaan yang maksimum terjadi pada siang hari sekitar jam 11.00 sampai jam 14.00, sedangkan konsentrasi Ozon permukaan yang minimum terjadi pada malam hari sekitar jam 22.00 sampai dengan jam 07.30



Gambar 1. Ozon permukaan di Bandung th 2003.

Dengan alasan diatas dalam study kasus ini dicoba mengambil data dalam interval yang maksimum antara jam 11.00 sampai jam 14.00 dengan jarak setengah jam. Permasalahannya sekarang adalah bagaimana menentukan peak-peak atau puncak-puncak dari tabulasi fungsi di atas. Atau secara matematis dapat dikatakan bahwa untuk nilai-nilai x yang manakah y mencapai maksimum/minimum.

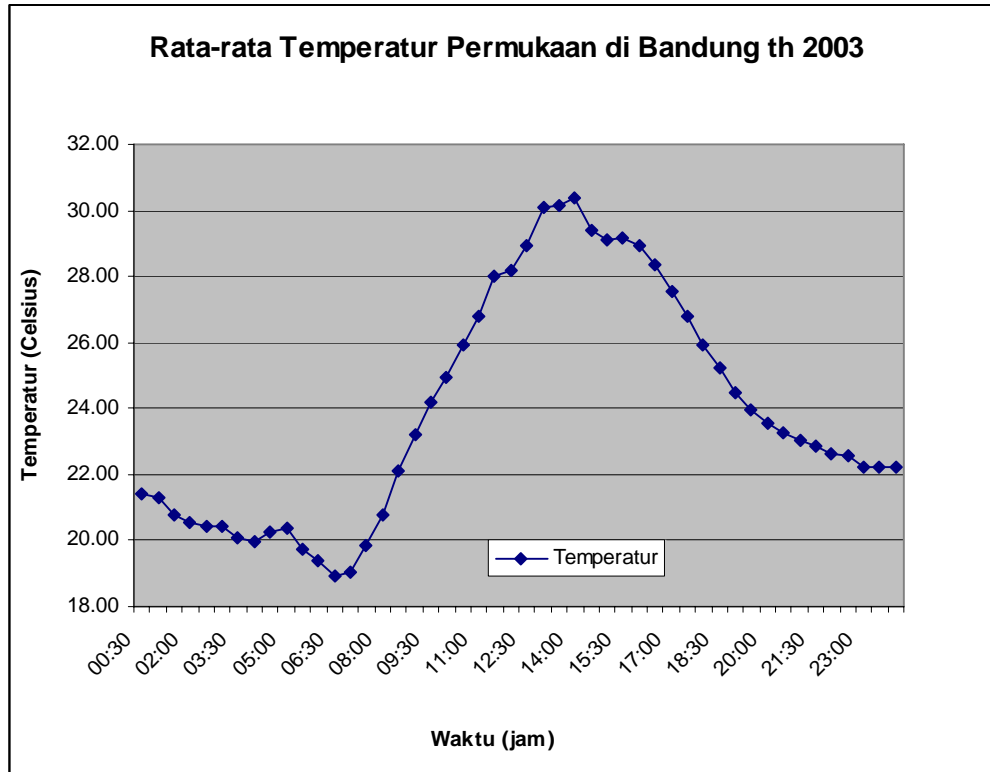
Untuk mempermudah perhitungan, berikut ini diberikan suatu tabulasi nilai fungsi y (konsentrasi Ozon permukaan di Bandung) terhadap nilai x (waktu).

i	$x_i y_i$	$\Delta y_i = y_{i+1} - y_i$	$\Delta^2 y_i = \Delta y_{i+1} - \Delta y_i$	$\Delta^3 y_i = \Delta^2 y_{i+1} - \Delta^2 y_i$	$\Delta^4 y_i = \Delta^3 y_{i+1} - \Delta^3 y_i$
0	$x_0 y_0$	Δy_0			
1	$x_1 y_1$	Δy_1	$\Delta^2 y_0$	$\Delta^3 y_0$	
2	$x_2 y_2$	Δy_2	$\Delta^2 y_1$	$\Delta^3 y_1$	$\Delta^4 y_0$
3	$x_3 y_3$	Δy_3	$\Delta^2 y_2$		
4	$x_4 y_4$				

Dengan menggunakan formulasi (2-7) akan diperoleh nilai p, dan dengan mengambil nolai x_0 dan $h = 30$ menit, kita akan memperoleh nilai x. Kemudian dengan mensubtitusikan nilai p dan nilai y_0 kedalam formula (2-2), maka didapat nilai y, dengan memasukkan harga x_0 dan y_0 , juga dengan memperoleh nilai x(waktu), p(jarak) dan y(konsentrasi O3 permukaan di Bandung). Dari hasil perhitungan dapat dikatakan bahwa konsentrasi maksimum Ozon permukaan terjadi jam 12.38 yaitu sebesar 29,37 ppb.

Variasi Ozon permukaan mengikuti variasi temperatur permukaan, yaitu cenderung menaik pada jam 11.00, setelah jam 12.00 dan jam 14.00 temperatur mulai menurun sampai malam hari, ini disebabkan oleh pengaruh radiasi matahari, sehingga kondisi ini mempengaruhi laju pembentukan Ozon.

Hasil pengukuran temperatur permukaan di Bandung dapat dilihat pada gambar 3-2



Gambar 2. Temperatur Permukaan di Bandung th 2003.

PENUTUP

Dari pembahasan formulasi numerik tersebut dapat disimpulkan bahwa kasus-kasus yang berhubungan dengan menentukan puncak-puncak atau maksimum/minimum dari data konsentrasi Ozon permukaan di atas Bandung th 2003 secara matematis umumnya dapat diselesaikan dengan formulasi-formulasi numerik yang telah diuraikan dalam paper ini, dapat dilihat bahwa puncak maksimum konsentrasi Ozon permukaan rata-rata per jam terdapat pada jam 12.38 yaitu sebesar 29,37 ppb. Dari hasil pengukuran dapat dilihat bahwa Variasi konsentrasi Ozon permukaan di Bandung ini mengikuti variasi temperatur permukaan.

Daftar Pustaka

- CURTIS P. GERALD :
 "Applied Numerical Analysis", Addison Wesley Publishing Company, 1990.
 CARNAKAN, BRICE :
 "Applied Numerical Methods", Wiley New York, 1989.
 Khemani G.A.L.T:
 " Ozone behaviour at urban and forested sites in India",
 Atmospheric Environnement 16(29)
 S.S. SASTRY :
 "Method of Numerical Analysis", Prentice Hall of India New Delhi, 1999.
 RICHTMYER :
 "Difference Methods for Initial Value Problems", Interscience New York, 1997.

